33.

a) p_i: Proporção de pesas defeituosas produzidas na linha de montagem i, i = 1, 2

$n_1 = n_2 = n = 200$; $\hat{p}_1 = 15/200 = 0.075$; $\hat{p}_2 = 27/200 = 0.135$

$$IC_{(1-\alpha/2)100\%}(p_1 - p_2) = \left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \mp z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2}{n}}\right)$$

$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -0.06$

$1 - \alpha = 0.96 \Rightarrow \alpha = 0.02 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.98$; $z_{0.98} \approx 2.05$; $z_{0.98}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2}{n}} \approx 0.0625$

$IC_{96\%}(p_1 - p_2) = (-0.06 - 0.0625, -0.06 + 0.0625) = (-0.1225, 0.0025)$

b) H_0: $p_1 = p_2$ $(p_1 - p_2 = 0)$ *vs* H_1: $p_1 < p_2$ $(p_1 - p_2 < 0)$

$n_1 = n_2 = n = 200$ -> Teste assintótico

<u>E.T.</u>: $Z = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\dfrac{2\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}} \underset{H_0}{\sim} N(0,1)$

<u>V.O.</u>: $\bar{p} = (15 + 27)/(200 + 200) = 0.105$

$$z_0 = \frac{-0.06}{\sqrt{0.105 \times 0.895}} \times 10 \approx -1.96$$

<u>Valor-p</u>: $p = P(N(0,1) \le -1.96) = 1 - .975 = 0.025$

<u>Decisão</u>: Rej. H_0 aos níveis $\alpha \ge 0.025$ => Não rej. H_0 a 1% e rej. a 5% e 10%

<u>Conclusão</u>: Ao nível 1% não há evidência para concluir que a proporção de peças defeituosas produzidas pela linha de montagem 2 é superior à da 1, mas aos níveis 5% e 10% a evidência de tal já existe.

34.

a) $n_1 = 346$; $n_2 = 415$; $\hat{p}_1 = 42/346 \approx 0.1214$; $\hat{p}_2 = 31/415 \approx 0.0747$

$$IC_{(1-\alpha/2)100\%}(p_1 - p_2) = \left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \mp z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}\right)$$

$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = 0.0467$

$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.975$; $z_{0.975} = 1.96$; $z_{0.975}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2}{n}} \approx 0.0427$

$IC_{95\%}(p_1 - p_2) = (0.0467 - 0.0427, 0.0467 + 0.0427) = (0.0040, 0.0894)$

b) H_0: $p_1 = p_2$ $(p_1 - p_2 = 0)$ *vs* H_1: $p_1 \ne p_2$ $(p_1 - p_2 \ne 0)$ $\alpha = 0.05$

$n_1 = 346$, $n_2 = 415$ -> Teste assintótico

<u>E.T.</u>: $Z = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}} \underset{H_0}{\sim} N(0,1)$

<u>V.O.</u>: $\bar{p} = (42 + 31)/(346 + 415) \approx 0.096$

$$z_0 = \frac{0.0467}{\sqrt{0.096 \times 0.904(1/346 + 1/415)}} \approx 2.18$$

<u>Valores críticos</u>: $c_{0.975} = z_{0.975} = 1.96$; $c_{0.025} = -z_{0.975} = -1.96$

<u>Decisão</u>: Rej. H_0 ao nível $\alpha = 0.05$ se $z_0 \le -1.96$ ou $z_0 \ge 1.96$ $(|z_0| \ge 1.96)$ => Rej. H_0

<u>Conclusão</u>: Existe evidência de que as proporções referidas são diferentes.

c) H_0: $p_1 = p_2$ *vs* H_1: $p_1 > p_2$

A E.T e o correspondente V.O. são os mesmos da alínea anterior.

Valor-p: $p = P(N(0,1) \ge 2.18) = 0.01463$

Decisão: Rej. H_0 aos níveis $\alpha \ge 0.01463$ => Não rej. H_0 a 1% e rej. a 5% e a 10%

<u>Conclusão</u>: Ao nível 1% não se pode concluir pela melhoria significativa do nível económico, mas a 5% e 10% já se pode tirar essa conclusão.

d) Não é razoável, já que grande parte dos alunos primários em 1983 ainda o eram em 1984, pelo que não há independência entre as amostras.

35.

a) H_0: $p_A = p_B$ *vs* H_1: $p_A \neq p_B$

É necessário admitir que $n_A = 33$ e $n_B = 20$ são suficientemente elevados para se poder fazer um teste assintótico (!...).

E.T.: $Z = \dfrac{\hat{p}_A - \hat{p}_B}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})\left(\dfrac{1}{n_A}+\dfrac{1}{n_B}\right)}} \underset{H_0}{\sim} N(0,1)$

V.O.: $\hat{p}_A = 12/33 \approx 0.3636$; $\hat{p}_B = 6/20 = 0.3$; $\hat{p}_A - \hat{p}_B \approx 0.0636$

$\overline{p} = (16 + 2)/(33 + 20) \approx 0.3396$

$z_0 = \dfrac{0.0636}{\sqrt{0.3396 \times 0.6604(1/33+1/20)}} \approx 0.47$

Valor-p: $p = 2 \min \{ P(N(0,1) \geq 0.47), P(N(0,1) \leq 0.47)\} = 2 P(N(0,1) \geq 0.47) = 2 (1 - .68082) = 0.63836$

Decisão: Rej. H_0 aos níveis $\alpha \geq 0.63836$ => Não rej. H_0 para os níveis usuais.

Conclusão: Não existe evidência de que as proporções referidas sejam diferentes.

b) $IC_{(1-\alpha/2)100\%}(p) = \left(\overline{p} \mp z_{1-\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\right)$, $n = n_A + n_B$

$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.975$; $z_{0.975} = 1.96$; $z_{0.975}\sqrt{\dfrac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} \approx 0.1275$

$IC_{95\%}(p) = (0.3396 - 0.1275, 0.3396 + 0.1275) = (0.2121, 0.4671)$

36.

p_1: Proporção de homens obesos; $n_1 = 150$ homens, $r_1 = 21$ obesos

p_2: Proporção de mulheres obesas; $n_2 = 200$ mulheres, $r_2 = 48$ obesas

H_0: $p_1 = p_2$ *vs* H_1: $p_1 \neq p_2$

$n_1 = 150$ e $n_2 = 200$ são elevados -> Teste-t (assintótico)

E.T.: $Z = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}} \underset{H_0}{\sim} N(0,1)$

V.O.: $\hat{p}_1 = 21/150 = 0.14$; $\hat{p}_2 = 48/200 = 0.24$; $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -0.1$

$\overline{p} = (21 + 48)/(150 + 200) = 69/350$

$z_0 = \dfrac{-0.1}{\sqrt{69/350 \times 281/350(1/150+1/200)}} \approx -2.33$

Valor-p: $p = 2 \min \{ P(N(0,1) \geq -2.33), P(N(0,1) \leq -2.33)\} = 2 P(N(0,1) \leq -2.33) = 2 (1 - .9901) = 0.0198$

Decisão: Rej. H_0 aos níveis $\alpha \geq 0.0198$ => Não rej. H_0 a 1% e rej. a 5% e a 10%

Conclusão: Ao nível 1% os dados não indicam que as proporções de homens obesos e mulheres obesas sejam diferentes, mas a 5% e 10% já existe evidência dessa diferença.